sostituire la seguente :

. N cos o) cos
f TO i

P, ' P

la quale esprime che le curvature geodetiche delle due direttrici sono le stesse nei punti corrispondenti. Questo risultato poteva essere stabilito *a priori,* come conseguenza della nota proprietà fondamentale di queste curvature : ma il processo tenuto ci insegna, ciò che è assai importante pel nostro scopo, che le tre proprietà espresse dalle due prime equazioni (7) e dalla (12), come sono condizioni evidentemente *necessarie* per l'identità degli elementi lineari delle due superficie, cosi sono anche *sufficienti* a determinare questa identità.

Chiamando Sw la minima distanza delle due generataci infinitamente vicine corrispondenti ai valori *u* ed *u* -f- & u_y si ha

m *n*

(13) 8 u ; , "*&», e" sen' 6 - *' = *m* *n*

I' V *V*

per cui la quantità sempre reale t/e'^{2} sen^2 6 — x.^{2} non può essere nulla che quando la superficie è sviluppatale. Questa formola non sussiste, o, per meglio dire, diventa indeterminata per le superficie cilindriche, nelle quali si ha al tempo stesso e' = x, = o : in questo caso particolarissimo si ha evidentemente

(13') *bw* — *ììu* seti O .

Le funzioni E$_:$, Y)$_x$, £$_x$, /$_:$, m_l , n_l , che determinano la superficie trasformata, debbono soddisfare a cinque equazioni, equivalenti alle (7), (8). Quindi è chiaro che una di esse deve potersi scegliere ad arbitrio, ovvero che le espressioni generali delle anzidette sei quantità debbono involgere una funzione arbitraria. Cosifatte espressioni generali sono state assegnate dal sig. MINDING *), che pel primo si è occupato di questo argomento, e dagli altri autori che hanno seguito le sue traccie **). Ma se coll'intro-dazione esplicita di una funzione arbitraria può dirsi che il problema sia risoluto analiticamente in tutta la sua generalità, non è lo stesso quando si abbia di mira la qui-stione geometrica. È chiaro infiltri che, per determinare completamente la natura della superficie trasformata, si può prescrivere una nuova condizione, esprimibile per mezzo di un'equazione finita o differenziale fra le £$_{1?}$ v^, £$_T$, /$_x$, m_{l9} n_{19} *u, v.* Volendo de-

*) Journal fùr die reine und angewandte Mathematik, Bd. XVIII (1838), pag. 297, 365. **) O. BONNET, Journal de l'École Polytechnique, t. XIX, cahier 32 (1848), pag. i; BOUR, ibid., t. XXII, cahier 39 (1862), pag. i.